COLLEGE HELEIS Yamoussoukro
BP : 2363 ☎ 30 64 77 33 Cel : 05 61 26 36 E-mail : collegeheleis@hotmail.fr
Site internet: www.collegeheleis.com
Page facebook : www.facebook.com/CollegeHeleisYamoussoukro/
Sis en face de la petite mosquée du quartier N'zuessy (Yamoussoukro)

Année Scolaire 2019-2020

Imprimer

# EXERCICE 1

***On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.***

On dispose d'un dé cubique dont chaque face a la même probabilité d'apparaître. Le dé possède trois faces rouges, une face orange et deux faces vertes.

1) On lance une fois le dé .On considère les événements suivants : A « obtenir une face rouge » et B « obtenir une face verte ». Justifier que : $P(A)=\frac{1}{2}$ et $P(B)=\frac{1}{3}$ .

2) Un jeu consiste à lancer une fois le dé. La règle est la suivante : le joueur mise 1000F ;

- si la face supérieure du dé est rouge, il ne reçoit rien ;
- si la face supérieure du dé est orange, il reçoit 1000F
- Si la face supérieure du dé est verte, il reçoit m francs (m est un entier naturel strictement supérieure à 1000F)

On appelle gain du joueur la différence entre ce qu'il reçoit à l'issue d'une partie et sa mise.
On désigne par X la variable aléatoire associant à chaque lancer ce gain algébrique.

a) Justifier que l'ensemble des valeurs prises par X est : $\{-1000\,;0\,;\,m-1000\}$ .

b) Déterminer la loi de probabilité de X.

c) Démontrer que l'espérance mathématique de X : E( X ) = $\frac{m-2500}{3}$ .

d) Déterminer l'entier m pour que le jeu soit équitable.

3) Un joueur effectue n lancers consécutifs indépendants ($n\in\mathbb{N}$ et $n\geq 2$)
a) Pour un lancer donné, démontrer que la probabilité d'obtenir un gain algébrique strictement positif est : $p=\frac{1}{3}$.
b) Démontrer que la probabilité pour que ce joueur obtienne au moins une fois un gain algébrique strictement positif à l'issue des n lancers est : $p_n=1-(\frac{2}{3})^n$ .
c) Déterminer le plus petit entier $n_0$ tel que : $p_{n_0}\geq 0,99$ .

# EXERCICE 2

## Partie A

1- Démontrer que : $(1+i)^6=-8i$

2- On considère dans C l'équation (E) : $z^2=-8i$ .
a) Déduire de 1°) une solution de l'équation (E).
b) L'équation (E) admet une autre solution, écrire cette solution sous forme algébrique.

3-a) Déduire également de 1°) une solution de l'équation (E') : $z^3=-8i$ .
b) Déterminer les nombres complexes a, b et c tels que : $z^3+8i=(z-2i)(z^2+bz+c)$ puis en déduire les solutions de (E').

EXO EN LIGNE. COLLEGE HELEIS

## Partie B

Le plan est muni du repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$. Unité graphique : 2 cm.

Soit A le point d'affixe i et B le point d'affixe 2.

1- Soit R la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{4}$.

a) Démontrer que l'écriture complexe de R est $z' = \frac{\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{2}z + \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{2-\sqrt{2}}{2}$

b) Déterminer l'affixe du point $B_1$ image de B par R.

Placer les points A, B et $B_1$. (***On justifiera la construction de*** $B_1$).

2- On appelle F la transformation du plan dans lui-même qui, à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que : $z' = (1+i)z + 1$.

a) Déterminer l'affixe du point B', image de B par F.

b) Démontrer que A est le seul point invariant par F.

c) Établir que pour tout nombre complexe z distinct de i, $\frac{z'-z}{i-z} = -i$. Interpréter ce résultat en termes d'angles et de distances.

d) En déduire une méthode de construction de M' à partir de M pour M distinct de A.

3-a) Donner la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble $\sum_1$ des points M du plan dont l'affixe z vérifie : $|z-2| = \sqrt{2}$.

b) Démontrer que : $z' - 3 - 2i = (1+i)(z-2)$.

c) En déduire que si le point M appartient à $\sum_1$ alors son image M' appartient à un cercle $\sum_2$ dont on précisera le centre et le rayon.

d) Construire $\sum_1$ et $\sum_2$.

## PROBLEME

### PARTIE A

Soit $f$ la fonction dérivable et définie sur R par : $f(x) = 2 + (2x-1)e^{-2x}$.

1) Calculer la limite de $f$ en $-\infty$ et $+\infty$.

**2)** On désigne par $f'$ la fonction dérivée de $f$, démontrer que **:**$\forall \in \boldsymbol{R}$; $\boldsymbol{f}'(x) = 4(1-x)e^{-2x}$**.**

3) Etudier les variations de $f$ et dresser son tableau de variation.

**4)**a)Démontrer que l'équation : $f(x) = 0$ admet une unique solution réelle notée $\alpha$.

b) Vérifier que : $-0{,}19 < \alpha < -0{,}18$.

5) Démontrer que : $\forall x \in ]-\infty;\alpha[\,;\ f(x) < 0$ et $\forall x \in ]\alpha\,;+\infty[\,;\ f(x) > 0$.

EXO EN LIGNE . COLLEGE HELEIS

BP : 2363 ☎ 30 64 77 33 Cel : 05 61 26 36 E-mail : collegeheleis@hotmail.fr
Site internet: www.collegeheleis.com
Page facebook : www.facebook.com/CollegeHeleisYamoussoukro/
Sis en face de la petite mosquée du quartier N'zuessy (Yamoussoukro)

**PARTIE B**

Soit $g$ la fonction dérivable et définie sur R par $g(x) = 4x+1-2xe^{-2x}$ .On note (C ) sa courbe représentative dans le plan d'un repère orthonormé direct (O, I , J ). Unité : 2cm.

1) Calculer les limites de g en $+\infty$ et $-\infty$.

2)a) Démontrer que : pour tout nombre réel $x$ : $g'(x) = 2f(x)$.

b) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation.

c) Démontrer que : $g(\alpha) = 4\alpha + 3 - \dfrac{2}{1-2\alpha}$ .En déduire un encadrement de $g(\alpha)$ d'amplitude $2.10^{-1}$ .

3) Démontrer que la droite $(\Delta)$ d'équation $y = 4x+1$ est une asymptote à (C) en $+\infty$.

4) Etudier la position relative de $(\Delta)$ et (C ).

5) Démontrer que (C) admet en $-\infty$ une branche parabolique de direction ( OJ ).

6) Déterminer une équation de la tangente ( T ) à ( C ) au point d'abscisse 0.

**PARTIE C**

1) Soit $\varphi$ la restriction de g à l'intervalle $[0;+\infty[$ .

a) Démontrer que $\varphi$ est une bijection de $[0;+\infty[$ vers un intervalle J à déterminer. On note $\varphi^{-1}$ sa bijection réciproque et ( C') sa courbe représentative.

b) Dresser le tableau de variation de $\varphi^{-1}$.(justifier).

c) $\varphi^{-1}$ est-elle dérivable en 1 ? Si oui , calculer $(\varphi^{-1})'(1)$.

8) Tracer (C ),(C ' ), $(\Delta)$ et ( T ).(On prendra $\alpha \approx -0,1$).

EXO EN LIGNE COLLEGE HELEIS