COLLEGE HELEIS Yamoussoukro
BP : 2363 ☎ 30 64 77 33 Cel : 05 61 26 36 E-mail : collegeheleis@hotmail.fr
Site internet: www.collegeheleis.com
Page facebook : www.facebook.com/CollegeHeleisYamoussoukro/
Sis en face de la petite mosquée du quartier N'zuessy (Yamoussoukro)

Année Scolaire 2019-2020

Imprimer

EXERCICE 1

Le plan est muni d'un repère (O,I,J). Unité graphique 2 cm.
On considère le polynôme P défini par : $P(z) = z^3 + 4(1-i)z^2 - 2(2+7i)z - 16 + 8i$

1/ a. Démontrer que l'équation $z \in \mathbb{C}$, $P(z)=0$ admet une unique solution réelle r
b. Déterminer les nombres complexes a et b tels que : $\forall \boldsymbol{z} \in \mathbb{C}$, $P(z) = (z-r)(z^2+az+6)$
c. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$

2/ A, B et C sont les points du plan d'affixes respectives $-1+3i$, $1+i$ et -4
a. Démontrer que le triangle ABC est rectangle
b. Déterminer l'affixe z_G du barycentre G des points pondérés (A ;4), (B ;3) et (C ;5)
c. En déduire les affixes des vecteurs $\overrightarrow{GA}$, $\overrightarrow{GB}$ et $\overrightarrow{GC}$
d. Déterminer et construire l'ensemble (C) des points M du plan vérifiant :

$$\|4\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 5\overrightarrow{MC}\| = \|4\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\|$$

3/ Déterminer et construire l'ensemble (D) des points M du plan tels que $-2MA^2+MB^2+MC^2=0$

EXERCICE 2

On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.

On dispose d'un dé cubique dont chaque face a la même probabilité d'apparaître. Le dé possède trois faces rouges, une face orange et deux faces vertes.

1) On lance une fois le dé .On considère les événements suivants : A « obtenir une face rouge » et B « obtenir une face verte ». Justifier que : $P(A) = \frac{1}{2}$ et $P(B) = \frac{1}{3}$.

2) Un jeu consiste à lancer une fois le dé. La règle est la suivante : le joueur mise 1000F ;
- si la face supérieure du dé est rouge, il ne reçoit rien ;
- si la face supérieure du dé est orange, il reçoit 1000F
- Si la face supérieure du dé est verte, il reçoit m francs (m est un entier naturel strictement supérieur à 1000F)

On appelle gain du joueur la différence entre ce qu'il reçoit à l'issue d'une partie et sa mise.
On désigne par X la variable aléatoire associant à chaque lancer ce gain algébrique.

a) Justifier que l'ensemble des valeurs prises par X est : $\{-1000 ; 0 ; m-1000\}$.

b) Déterminer la loi de probabilité de X.

c) Démontrer que l'espérance mathématique de X : $E(X) = \frac{m-2500}{3}$.

d) Déterminer l'entier m pour que le jeu soit équitable.

3) Un joueur effectue n lancers consécutifs indépendants ($n \in \mathbb{N}$ et $n \geq 2$)

a) Pour un lancer donné, démontrer que la probabilité d'obtenir un gain algébrique strictement positif est : $p = \frac{1}{3}$.

b) Démontrer que la probabilité pour que ce joueur obtienne au moins une fois un gain algébrique strictement positif à l'issue des n lancers est : $p_n = 1 - (\frac{2}{3})^n$.

c) Déterminer le plus petit entier n_0 tel que : $p_{n_0} \geq 0,99$.

COLLEGE HELEIS Yamoussoukro
BP : 2363 ☎ 30 64 77 33 Cel : 05 61 26 36 E-mail : collegeheleis@hotmail.fr
Site internet: www.collegeheleis.com
Page facebook : www.facebook.com/CollegeHeleisYamoussoukro/
Sis en face de la petite mosquée du quartier N'zuessy (Yamoussoukro)

Année Scolaire 2019-2020

PROBLEME

Dans tout le problème, n désigne un entier naturel non nul. On étudie la fonction f_n définie sur IR par : $f_n(x) = xe^x - nx$. On note (C_n) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Partie A

Soit g_n fonction définie sur IR par : $g_n(x) = (1+x)e^x - n$.

1/ Déterminer la dérivée de g_n. Etudier les variations de g_n et dresser son tableau de variation complet (limites aux bornes comprises).

2/ Montrer que g_n s'annule pour une unique valeur a_n et que a_a est positive ou nul.

3/ Montrer que $a_n = \ln \frac{n}{1+a_n}$, et $0 \leq a_n \leq \ln(n)$. Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{a_n}{n}$

4/ a. Montrer que pour tout x strictement positif, on a : $\ln x \leq x-1$ (1)

b. Déduire de (1) le signe de $g_n(\ln\sqrt{n})$

c. Justifier que $\frac{1}{2}\ln n \leq a_n$. En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n$

Partie B

1/ a. Déterminer la dérivée de f_n. En déduire les variations de f_n.

b. Déterminer les limites de f_n aux bornes de son ensemble de définition.

c. Montrer que $f_n(a_n) = \frac{-na_n^2}{1+a_n}$

2/ Montrer que la droite (D_n) d'équation $y = -n\,x$ est asymptote à (C_n) et que (C_n) admet également une branche parabolique que l'on précisera.

3/ Déterminer les points d'intersection de (C_n) et de l'axe des abscisses, et préciser la position de (C_n) par rapport à cet axe

4/ Etudier les positions relatives de (C_n) et (C_{n+1}).

5/ a. Montrer que $0,35 \leq a_2 \leq 0,40$. Déterminer les valeurs décimales approchées à 10^{-2} près, par défaut et par excès, de a_2. Puis en déduire un encadrement de $f_2(a_2)$

b. Tracer (C_1) et (C_2) sur le même graphique en mettant en évidence les résultats précédents. (On prendra comme unité 10 cm). On précisera les tangentes en O à (C_1) et (C_2).